

3-лабораториялық жұмыс: Сигналдың дисперсиясы, орта квадраттық ауытқу және Аллан дисперсиясы

Мақсаты:

Сигналдың дисперсиясы, орта квадраттық ауытқу және Аллан дисперсиясы арқылы сигналдың тұрақтылығын және оның шашырауын бағалау. Бұл әдістер сигналдың өзгерісін және тұрақтылықты талдау үшін қолданылады.

Теориялық мәлімет:

1. Сигнал дисперсиясы:

Сигнал дисперсиясы — сигналдың орта мәннен қаншалықты алшақтағанын өлшейтін статистикалық параметр. Ол келесі формуламен есептеледі:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

мұндағы: x_i — сигнал мәндері, $\bar{x}$ — сигналдың орта мәні, N — сигналдың өлшем саны.

2. Орта квадраттық ауытқу (Root Mean Square Deviation, RMSD):

Орта квадраттық ауытқу — сигналдың орта мәннен қаншалықты ауытқығанын көрсетеді. RMSD келесі формуламен есептеледі:

$$\text{RMSD} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

RMSD сигналдың тұрақтылығын бағалауға мүмкіндік береді.

3. Аллан дисперсиясы (Allan Deviation):

Аллан дисперсиясы сигналдың уақыт бойынша тұрақсыздығын сипаттайтын әдіс. Ол жиі уақыт сигналдары үшін қолданылады және сигналдағы ұзақ уақыттағы өзгерістерді бағалайды:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(N-1)} \sum_{i=1}^{N-1} (y_{i+1} - y_i)^2$$

•

мұндағы: y_i — уақыт бойынша сигналдың орта мәні, τ — уақыт аралығы.

Параметрлер кестесі:

№	Параметрлер	Сигнал ұзақтығы (с)	Дискретизация қадамы (с)
1	Синусоидалық сигнал	10	0.01
2	Шуылмен араласқан синусоидалық сигнал	10	0.01

Есептеу:

1. **Сигнал дисперсиясы:** Дисперсия сигналдың орта мәннен қаншалықты ауытқып тұрғанын көрсетеді.
2. **Орта квадраттық ауытқу (RMSD):** Сигналдың орта мәннен қаншалықты ауытқығанын анықтау үшін қолданады.
3. **Аллан дисперсиясы:** Сигналдың уақыт бойынша өзгеруін бағалау үшін қолданады. Бұл әдіс сигналдың ұзақ уақыт бойы тұрақсыздығын сипаттайды.

Python коды:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Синусоидалық сигнал және шумен сигналды генерациялау
t = np.arange(0, 10, 0.01) # уақыт
signal_clean = np.sin(2 * np.pi * t) # таза синусоидалық сигнал
noise = np.random.normal(0, 0.1, len(t)) # ақ шуыл
signal_noisy = signal_clean + noise # шумен араласқан сигнал

# Сигналдың дисперсиясы есептеу
def variance(signal):
    mean = np.mean(signal)
    return np.mean((signal - mean) ** 2)

# Орта квадраттық ауытқу (RMSD) есептеу
def rmsd(signal):
    mean = np.mean(signal)
    return np.sqrt(np.mean((signal - mean) ** 2))

# Аллан дисперсиясы есептеу
def allan_deviation(signal, tau):
    N = len(signal)
    m = int(N / tau)
    allan_var = np.zeros(m - 1)
    for i in range(1, m):
        allan_var[i - 1] = np.mean((signal[i:] - signal[:-i])**2) / 2
    return np.sqrt(allan_var)

# Нәтижелерді есептеу
variance_clean = variance(signal_clean)
variance_noisy = variance(signal_noisy)

rmsd_clean = rmsd(signal_clean)
rmsd_noisy = rmsd(signal_noisy)
```

```

tau = 10 # Аллан дисперсиясын есептеу үшін интервал
allan_dev_clean = allan_deviation(signal_clean, tau)
allan_dev_noisy = allan_deviation(signal_noisy, tau)

# Графиктерді салу
plt.figure(figsize=(12, 8))

# Таза сигнал және шуылмен араласқан сигнал
plt.subplot(3, 1, 1)
plt.plot(t, signal_clean, label='Таза сигнал', color='b')
plt.plot(t, signal_noisy, label='Шумен араласқан сигнал', color='r', alpha=0.5)
plt.title('Синусоидалық сигнал және шумен араласқан сигнал')
plt.xlabel('Уақыт (с)')
plt.ylabel('Амплитуда')
plt.legend()
plt.grid(True)

# Дисперсия нәтижелері
plt.subplot(3, 1, 2)
plt.bar(['Таза сигнал', 'Шумен сигнал'], [variance_clean, variance_noisy],
color=['blue', 'red'])
plt.title('Сигнал дисперсиясы')
plt.ylabel('Дисперсия мәні')
plt.grid(True)

# RMSD нәтижелері
plt.subplot(3, 1, 3)
plt.bar(['Таза сигнал', 'Шумен сигнал'], [rmsd_clean, rmsd_noisy],
color=['blue', 'red'])
plt.title('Орта квадраттық ауытқу (RMSD)')
plt.ylabel('RMSD мәні')
plt.grid(True)

plt.tight_layout()
plt.show()

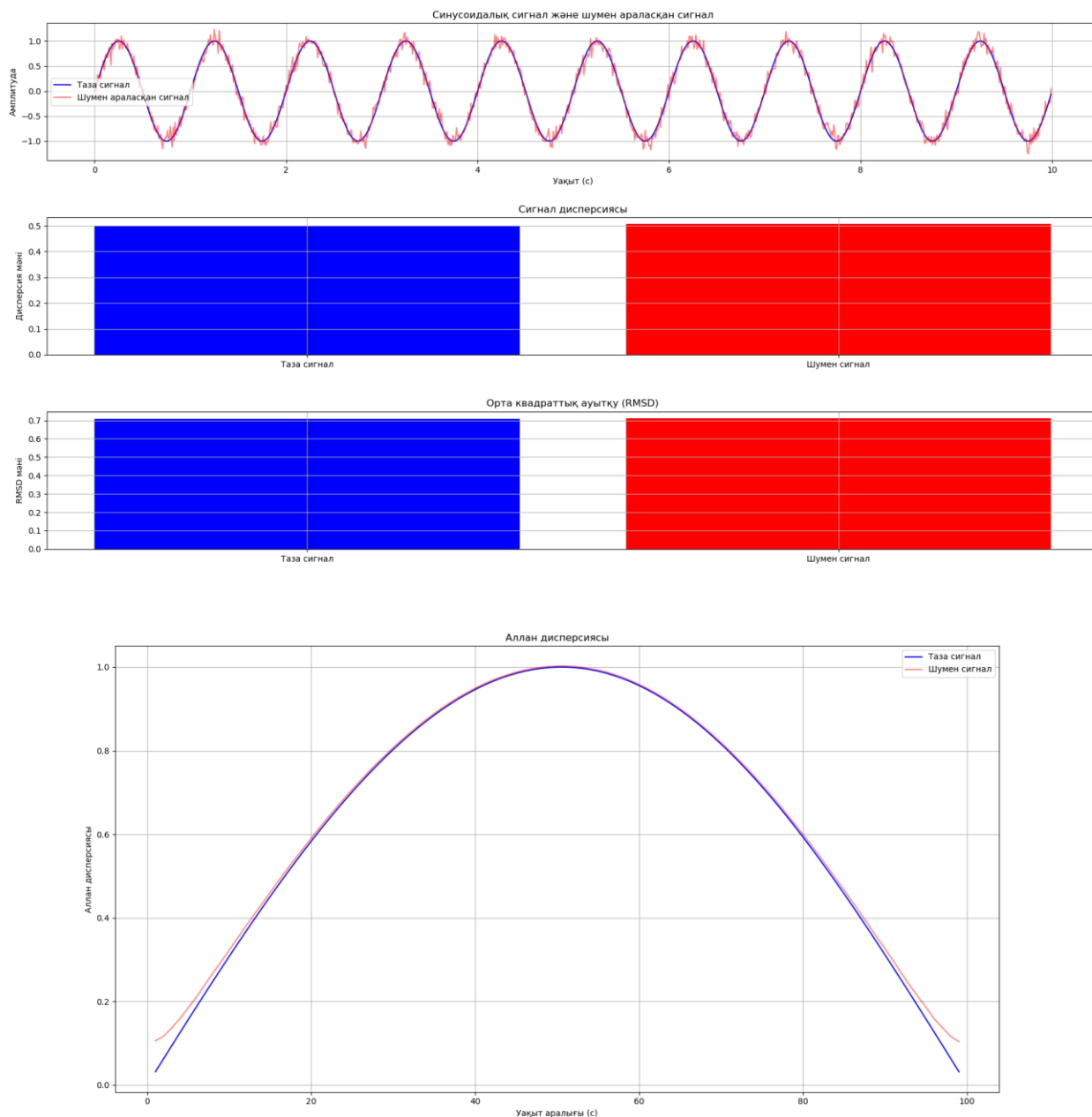
# Аллан дисперсиясы графигін бөлек салу
plt.figure(figsize=(12, 6))
plt.plot(range(1, len(allan_dev_clean) + 1), allan_dev_clean, label='Таза
сигнал', color='b')
plt.plot(range(1, len(allan_dev_noisy) + 1), allan_dev_noisy, label='Шумен
сигнал', color='r', alpha=0.5)
plt.title('Аллан дисперсиясы')
plt.xlabel('Уақыт аралығы (с)')
plt.ylabel('Аллан дисперсиясы')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()

```

Нәтижелер:

1. **Сигнал дисперсиясы:** Сигналдың орта мәннен қаншалықты ауытқығанын сипаттайды. Шуылмен сигналдың дисперсиясы таза сигналға қарағанда жоғары.
2. **Орта квадраттық ауытқу (RMSD):** RMSD таза және шуылмен сигналдар үшін есептеліп, олардың тұрақсыздық деңгейін бағалайды.

3. **Аллан дисперсиясы:** Сигналдың уақыт бойынша тұрақсыздығын сипаттайды. Шуылмен араласқан сигналдың Аллан дисперсиясы жоғары, бұл сигналдың уақытқа байланысты өзгеретінін көрсетеді.



Студенттерге арналған сұрақтар:

1. Сигналдың дисперсиясы нені сипаттайды және оның сигналдың тұрақтылығын қалай бағалауға болады?
2. Орта квадраттық ауытқу мен Аллан дисперсиясының айырмашылығы қандай?
3. Шуылмен араласқан сигналдың тұрақтылығын бағалау үшін қай әдіс жақсырақ?

Қорытынды:

Бұл лабораториялық жұмыста сигналдың тұрақтылығын бағалау үшін дисперсия, орта квадраттық ауытқу (RMSD) және Аллан дисперсиясы әдістері зерттелді. Әрбір әдіс сигналдың әртүрлі аспектілерін көрсетеді, мысалы, дисперсия және RMSD сигналдың орта мәннен ауытқуын бағаласа, Аллан дисперсиясы уақыт бойынша тұрақсыздықты көрсетеді.